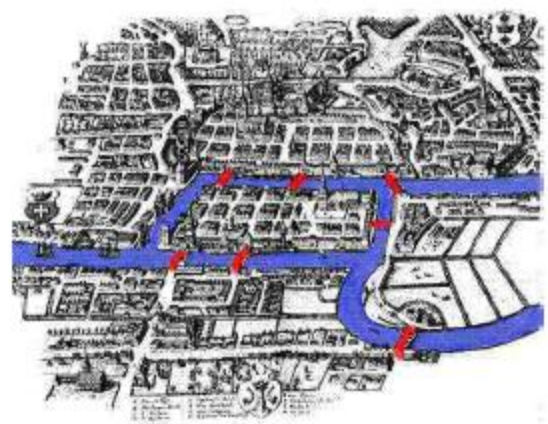
Pengenalan Graph

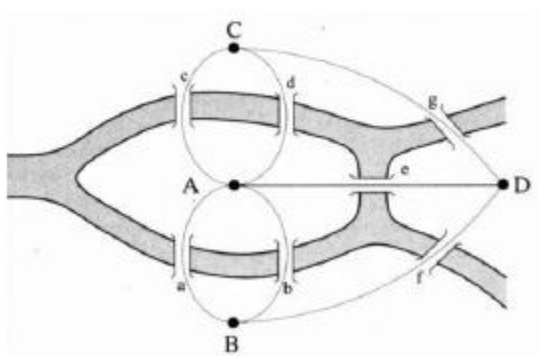
Disampaikan pada kuliah Teori Graph

Oleh: Jefri Marzal

Tonggak Awal Teori Graph

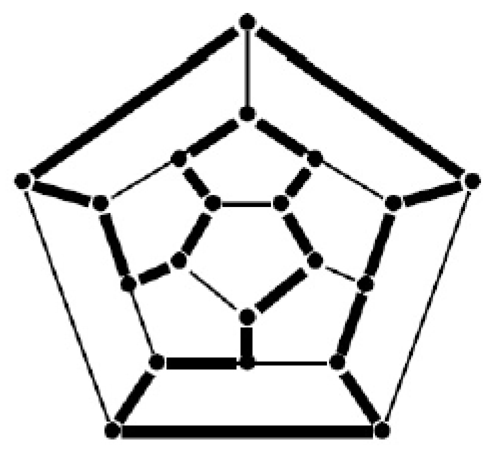
Teori graph dimulai oleh Euler yang ditanya alur untuk melewati 7 jembatan yang ada di kota Konigsberg



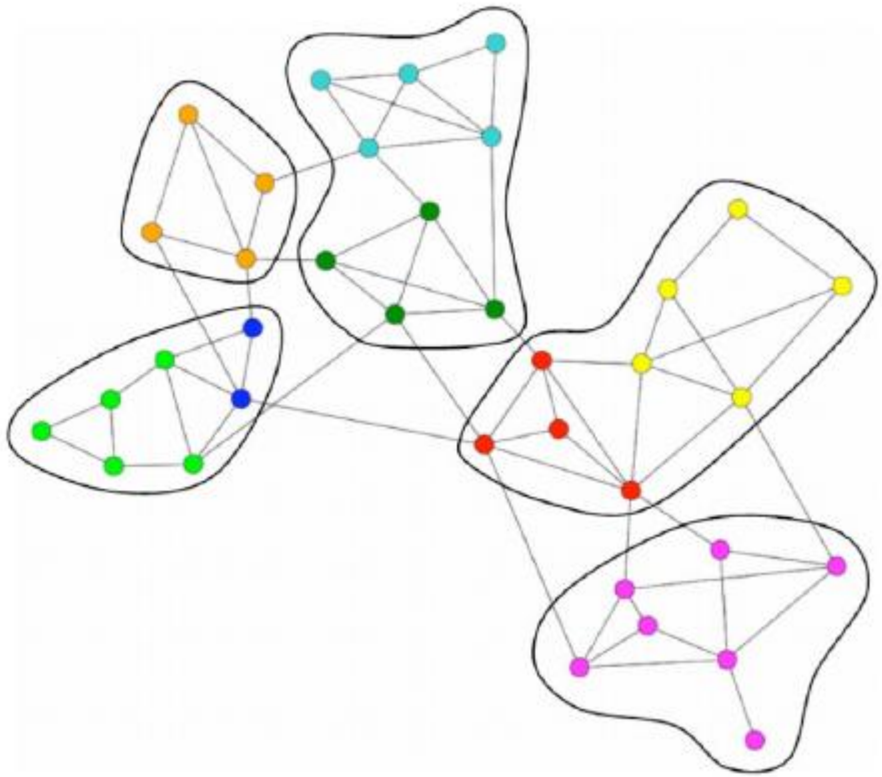


Alur Eulerian harus melewati ke tujuh jembatan yang ada dan setiap jembatan dilalui satu kali

Ahli lainnya adalah Sir William Hamilton. Pada tahun 1859 dia mengembangkan sebuah permainan yang berbasiskan menemukan pengunjungan semua kota tepat satu kali

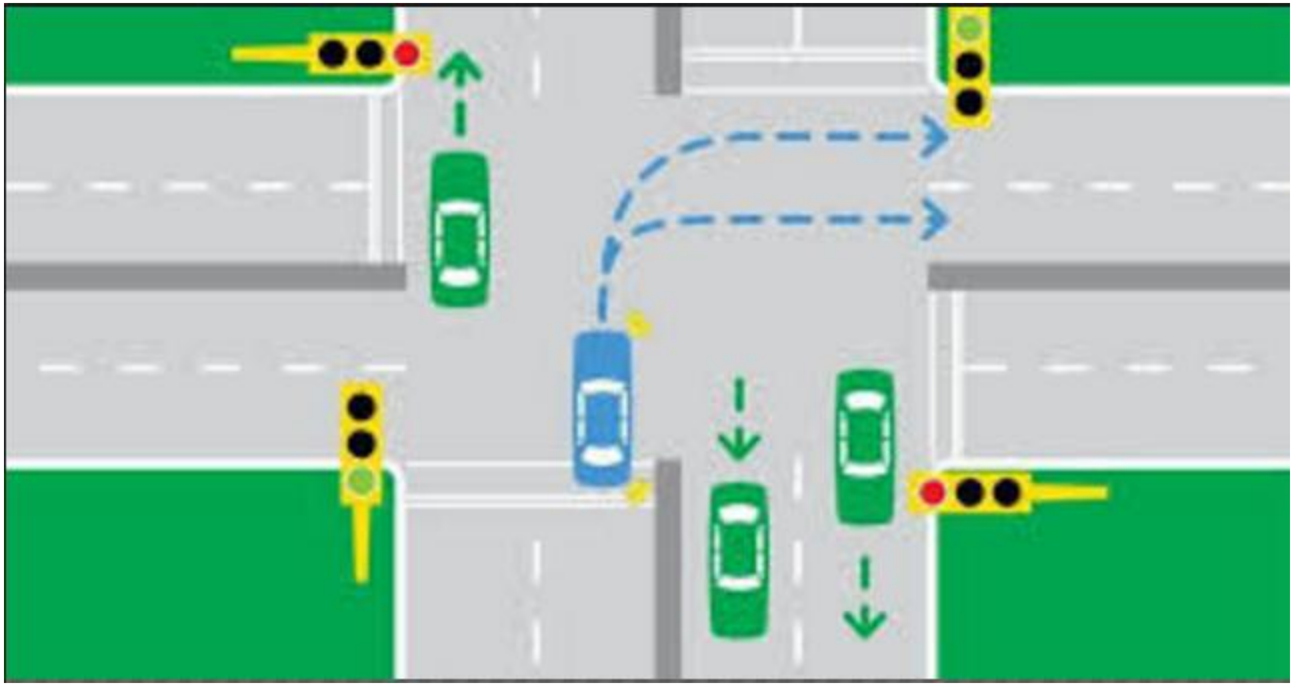


Sekarang graph digunakan untuk menemukan komunitas dalam satu jaringan



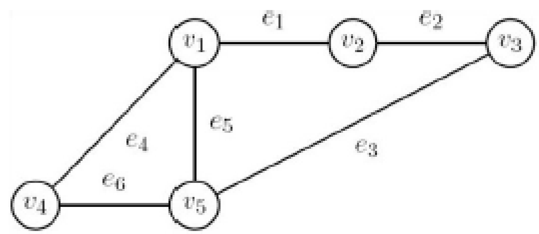
Atau digunakan dalam menemukan jarak terpendek antara dua tempat

Atau digunakan pengaturan lampu lalu lintas



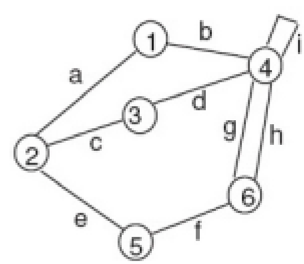
Apakah graph?

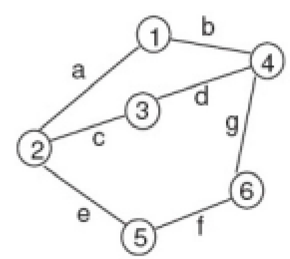
Graph G=(V,E) adalah pasangan terurut yang terdiri himpunan simpul V dan rusuk E yang banyak anggotanya diasumsikan terbatas.



Disini V(G)={v1,v2,...,v5} dan E(G)={e1,e2,...,e6}
Rusuk ek=(vi,vj) disebut bersamaan (insident) dengan simpul vi dan simpul vj.

Graph sederhana adalah graph yang tidak mempunyai loop dan rusuk ganda



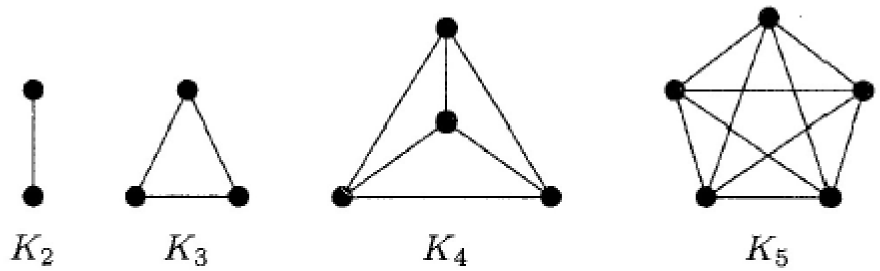


Beberapa property atau atribut dalam graph

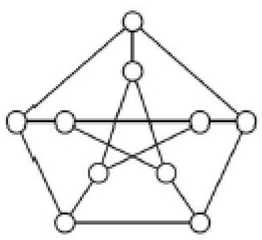
- Derajat simpul V adalah banyak rusuk yang bertemu pada V
- Sebuah loop dihitung memberikan derajat dua pada sebuah simpul
- Proposisi: jumlah derajat simpul suatu graph G=(V,E) adalah 2E.
- Corolary: jumlah simpul berderajat ganjil adalah genap

Graph Khusus

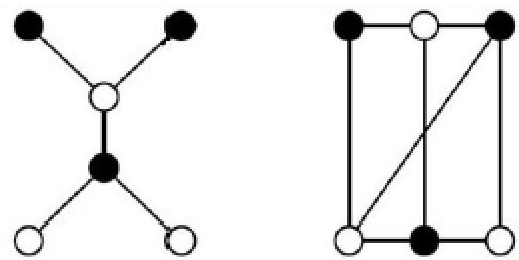
Graph lengkap Kn adalah graph sederhana yang jumlah rusuknya m=n(n-1)/2, dimana n jumlah simpul dan n=2,3,4,...



Graph reguler k adalah graph sederhana dimana setiap simpul mempunyai derajat yang sama yaitu k.

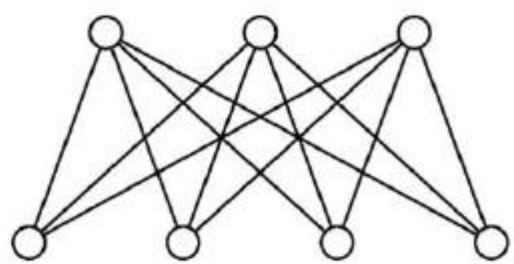


Graph bipartit adalah graph dimana $V = V1 \cup V2$ sedemikian sehingga tidak rusuk yang menghubungkan sesama simpul di V1, maupun sesama simpul di V2.



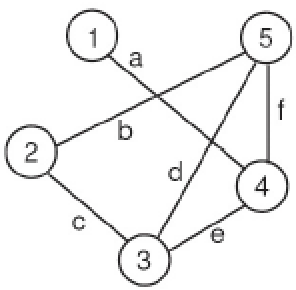
Graph bipartit lengkap graph dimana terdapat rusuk yang menghungkan antara dua simpul pada kelompok yang berbeda

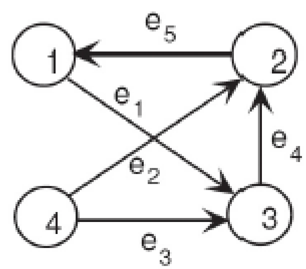
(i.e. $|\breve{E}| \doteq |V_1|.|V_2|$). It is noted as K_{n_1,n_2}.



Menampilkan Graph dengan Matriks Berdekatan (adjacen)

Sebuah matriks adjacensi A adalah matriks berordo n x n dengan n adalah banyak simpul dimana elemen matriks pada posisi i,j ditentukan oleh banyaknya rusuk yang menghubungkan simpul i dengan simpul j



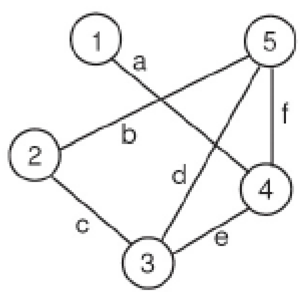


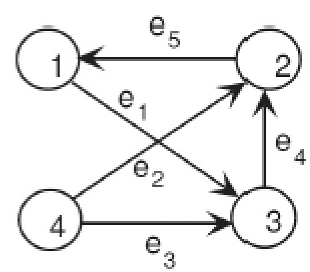
Catatan: untuk graph berarah, element matriks pada posisi i,j adalah 1 jika ada rusuk yang menghubungkan simpul i ke arah simpul j, 0 untuk lainnya

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Menampilkan graph dengan matriks bersamaan (Insiden)

Matriks insidensi T adalah matriks berordo n x m dengan n banyak simpul dan m banyak rusuk dimana elemen matriks pada posisi i,j adalah 1 jika simpul i bersamaan dengan rusuk j dan o untuk kasus lainnya.





Catatan: untuk graph berarah elemen pada posisi i,j adalah 1 jika simpul i bersamaan ke dengan rusuk j, -1 jika simpul i bersamaan dari dengan rusuk j, 0 untuk kasus lainnya

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$